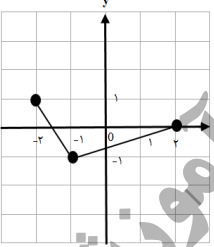
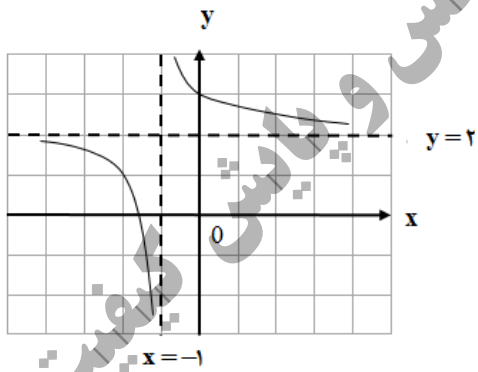


|                                                                                  |                                                     |                          |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲                                               | ساعت شروع: ۸ صبح                                    | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه    | تعداد صفحه: ۲        |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | رشته : ریاضی و فیزیک                                | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰ | نام و نام خانوادگی : |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۴۰۰ | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                          |                      |

| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است | نمره |
|------|----------------------------------------|------|
|------|----------------------------------------|------|

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۱                        | <p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) تابع <math>y = -\log_x + 1</math> در دامنه خود، یک تابع اکیدا یکنوا است.</p> <p>ب) در بازه <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \theta &lt; 2\pi</math> مقدار <math>\tan \theta</math> از مقدار <math>\sin \theta</math> کوچکتر است.</p> <p>پ) تابع <math>f(x) = [x]</math> در نقطه <math>x = 0</math> مشتق پذیر است.</p> <p>ت) هر نقطه ای که در آن مقدار <math>f''(x)</math> برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع <math>f(x)</math> است.</p>    | ۱ |
| ۲                        | <p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در نقطه ..... از نمودار مقابل، مقادیر <math>f'</math> و <math>f''</math> هر دو مثبت است.</p> <p>ب) دوره تناوب تابع تانژانت برابر ..... می باشد.</p> <p>پ) شیب خط مماس بر منحنی <math>y = 1 - 5x^2 - 2x</math> در نقطه ای به طول ۲- واقع بر آن برابر ..... است.</p> <p>ت) اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار <math>y = f(kx)</math> از ..... نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math> ها به دست می آید.</p> | ۲ |
| ۳                        | <p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>g(x) = 2f(x+1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد تابع <math>g</math> را تعیین کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                  | ۳ |
| ۴                        | <p>با رسم نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 &amp; -2 \leq x &lt; -1 \\ -x - 1 &amp; -1 \leq x &lt; 1 \\ x^2 - 1 &amp; 1 \leq x \end{cases}</math> تعیین کنید، تابع در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی می باشد.</p>                                                                                                                                                                                                                                                       | ۴ |
| ۵                        | چند جمله ای $x^5 + 32$ را بر حسب عامل $(x+2)$ تجزیه کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۵ |
| ۶                        | در $\left(\frac{1}{81}\right)^{10-2x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)$ حدود $x$ را به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۶ |
| ۷                        | دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۷ |
| ۸                        | معادله $2\sin x \cos x + 3\cos x = 0$ را حل کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۸ |
| ادامه سؤالات در صفحه دوم |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |   |

|                                                                                  |                                                     |                          |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲                                               | ساعت شروع: ۸ صبح                                    | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه    | تعداد صفحه: ۲        |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | رشته : ریاضی و فیزیک                                | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰ | نام و نام خانوادگی : |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۴۰۰ | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                          |                      |

| ردیف | استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است                                                                                                                                                                                                                                                             | نمره     |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۹    | حدهای زیر را محاسبه کنید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \Delta x + [-x]}{2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{\Delta - x}$                                                                                                                                          | ۱        |
| ۱۰   | اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x + 7}{2x + b}$ به صورت مقابل باشد،<br>آنگاه مقدار $a + b$ را پیدا کنید.<br>                                                                                                   | ۱        |
| ۱۱   | مجانبات های قائم و افقی منحنی تابع $y = \frac{x+1}{x^2 + 3}$ را در صورت وجود بیابید.                                                                                                                                                                                                               | ۱        |
| ۱۲   | مشتق پذیری تابع $f(x) = 4x(1 -  x )$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.                                                                                                                                                                                                                                | ۱/۵      |
| ۱۳   | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)<br>الف) $f(x) = \frac{4 \sin \frac{x}{2}}{x^2 + \sqrt{x}}$ ب) $g(x) = 3x(x^2 - 6x)^3 + \cos 2x$                                                                                                                                      | ۲/۵      |
| ۱۴   | تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه ای تغییر تابع $f$ در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع $f$ از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیشتر است؟                                                                                                                           | ۱/۵      |
| ۱۵   | ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی متر و عرض ۶ سانتی متر در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع $x$ برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه $x$ بر می گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار $x$ چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد. | ۱/۲۵     |
| ۱۶   | جهت تقعر تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.                                                                                                                                                                                         | ۱/۲۵     |
| ۱۷   | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$ را رسم کنید.                                                                                                                                                                                                                                     | ۱/۵      |
| ۲۰   | موفق و سربلند باشید.                                                                                                                                                                                                                                                                               | جمع نمره |

|                                                                               |                     |                                                                                      |                       |
|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲                                      | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح                                                                     | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  |                     | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰                                                             |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰ |                     | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|   |                                                                                                                                                                                               |     |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ۱ | الف) درست (تمرین ۳ صفحه ۲۱) (۰/۲۵)<br>ب) درست (تمرین ۶ صفحه ۳۴) (۰/۲۵)<br>پ) نادرست (مثال صفحه ۸۸) (۰/۲۵)<br>ت) نادرست (تمرین ۲ صفحه ۱۳۲) (۰/۲۵)                                              | ۱   |
| ۲ | الف) $C$ (ب) $\pi$ (۰/۲۵) (صفحه ۳۲)<br>ب) $\pi$ (۰/۲۵) (صفحه ۷۸)<br>ت) انقباض افقی (۰/۲۵) (صفحه ۹)                                                                                            | ۱   |
| ۳ | (مشابه مثال صفحه ۱۰ کتاب)<br>$D_f = [-3, 1]$ (۰/۲۵)<br>$R_f = [-2, 2]$ (۰/۲۵)<br>(رسم شکل ۰/۵)                                                                                                | ۱   |
| ۴ | (مثال صفحه ۱۷ کتاب)<br>(۰/۲۵) صعودی، $[-2, -1]$ (۰/۲۵) صعودی، $[1, +\infty)$ (۰/۲۵)<br>(۰/۲۵) نزولی، $[-1, 1]$ (۰/۲۵)<br>(رسم شکل ۰/۲۵)                                                       | ۱   |
| ۵ | (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۰ کتاب)<br>$x^5 + 2^5 = \underbrace{(x+2)}_{(0/25)} \underbrace{(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)}_{(0/25)}$                                                             | ۰/۵ |
| ۶ | (تمرین ۹ صفحه ۲۲ کتاب)<br>$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$ (۰/۲۵)<br>$2x-10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$ (۰/۲۵)                                                                                       | ۰/۵ |
| ۷ | (تمرین ۱ صفحه ۳۳ کتاب)<br>$\max =  a  + c =  -2\pi  + 9 = 2\pi + 9$ (۰/۵)<br>$\min = - a  + c = - -2\pi  + 9 = -2\pi + 9$ (۰/۵)<br>$T = \frac{2\pi}{\left  \frac{1}{3} \right } = 6\pi$ (۰/۵) | ۱/۵ |

ادامه پاسخ ها در صفحه بعد

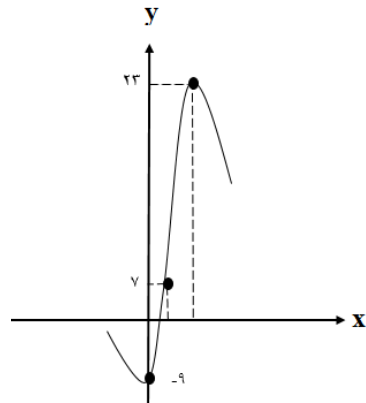
|                                                                               |                     |                                                                                      |                       |
|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲                                      | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح                                                                     | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  |                     | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰                                                             |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰ |                     | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ۸                         | (مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)<br>$\sin x = \frac{-3}{2} \text{ قابل قبول نیست (۰/۲۵)}$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۲۵)$ $\sin x = \frac{-3}{2} \quad (۰/۲۵)$ $\cos x (2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۲۵) \\ \sin x = \frac{-3}{2} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$                                                 | ۱   |
| ۹                         | (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۳ کتاب)<br>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x} = -\infty \quad (۰/۵)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty \quad (۰/۵)$ (ب) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۶ کتاب)                                                                                                                                                                                                                                    | ۱   |
| ۱۰                        | (مشابه تمرین صفحه ۶۹ کتاب)<br>$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵) \quad a+b=5 \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                 | ۱   |
| ۱۱                        | (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۸ کتاب)<br>$x^2 + 3 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x^2 = -3$ (۰/۲۵) مجانب قائم ندارد<br>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 0 \quad (۰/۲۵)$ مجانب افقی                                                                                                                                                                                                                  | ۱   |
| ۱۲                        | (مشابه مثال صفحه ۸۶ کتاب)<br>$f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2 & x \geq 0 \\ 4x + 4x^2 & x < 0 \end{cases} \quad (۰/۵)$ $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow f'_+(0) = f'_-(0) \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4 \quad (۰/۲۵)$ (چنانچه راه حل، از طریق بررسی شرط پیوستگی و محاسبه مشتق با فرمول باشد نمره منظور گردد.)                                | ۱/۵ |
| ۱۳                        | (مشابه تمرین صفحه ۱۰۱ کتاب)<br>$f'(x) = \frac{\overbrace{\left(2 \cos \frac{x}{2}\right)(x^2 + \sqrt{x})}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{\left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(4 \sin \frac{x}{2})}^{(۰/۵)}}{\underbrace{(x^2 + \sqrt{x})^2}_{(۰/۲۵)}}$ (ب) (مشابه تمرین صفحه ۱۰۱ کتاب)<br>$g'(x) = \underbrace{3 \times (x^2 - 6x)^2}_{۰/۵} + \underbrace{\left(3 \times (2x - 6)(x^2 - 6x)^2\right)}_{۰/۵} \times \underbrace{3x - 2 \sin 2x}_{۰/۵}$ | ۲/۵ |
| ادامه پاسخ ها در صفحه بعد |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |     |

|                                                                               |                     |                                                     |                       |
|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲                                      | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح                                    | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                  |                     | تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰                            |                       |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰ |                     | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |                       |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |            |            |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|-------|-----------|------|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|-----|-----------|------------|------------|------------|-----------|--|--|---|---|---|---|--|--|-----|--|-----|--|----|
| ۱/۵   | $\Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{-240}{16} = -15 \quad (0/5)$<br>$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 80}{2} = -16 \quad (0/5)$<br>$-15 - (-16) = 1 \quad (0/5)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱۴         |            |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| ۱/۲۵  | (مثال صفحه ۱۱۸ کتاب)<br>$x \in [0, 3], \quad \text{عرض جعبه} = 6 - 2x$<br>$x \in [0, 8], \quad \text{طول جعبه} = 16 - 2x$<br>$\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, \quad 0 \leq x \leq 3 \quad (0/25)$<br>$v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] & (0/25) \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] & (0/25) \end{cases}$<br>چون $v(0) = v(3) = 0$ ، پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می شود. (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱۵         |            |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| ۱/۲۵  | $D_f = \mathbb{R} \quad (0/25)$<br>$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \quad (0/25) \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{(x-1)^5}} \quad (0/25)$ <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>۱</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f''</math></td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td></td><td>∪</td><td>∩</td><td>∩</td></tr></table> <p>تنظیم جدول (۰/۲۵)</p> <p><math>f'(1) = +\infty</math> پس تابع در <math>x = 1</math> مماس قائم دارد و <math>x = 1</math> نقطه عطف است. (۰/۲۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $x$        | $-\infty$  | ۱          | $+\infty$ | $f''$ | +         | -    | - |   | ∪ | ∩ | ∩ | ۱۶    |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| $x$   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱          | $+\infty$  |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| $f''$ | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | -          | -          |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
|       | ∪                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ∩          | ∩          |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| ۱/۵   | $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9, \quad D_f = \mathbb{R}$<br>$f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \quad (0/25)$<br>$f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (0/25)$ <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>۰</td><td>۲</td><td>۴</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'</math></td><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f''</math></td><td>+</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>\searrow</math></td><td><math>\nearrow</math></td><td><math>\searrow</math></td><td><math>-\infty</math></td></tr><tr><td></td><td></td><td>∪</td><td>∩</td><td>∩</td><td>∪</td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td><td>max</td><td></td></tr></table> <p>رسم جدول (۰/۵)</p>  | $x$        | $-\infty$  | ۰          | ۲         | ۴     | $+\infty$ | $f'$ | - | + | + | - | - | $f''$ | + | + | - | - | - | $f$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $-\infty$ |  |  | ∪ | ∩ | ∩ | ∪ |  |  | min |  | max |  | ۱۷ |
| $x$   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۰          | ۲          | ۴          | $+\infty$ |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| $f'$  | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | +          | +          | -          | -         |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| $f''$ | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | +          | -          | -          | -         |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| $f$   | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $-\infty$ |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ∪          | ∩          | ∩          | ∪         |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | min        |            | max        |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |
| ۲۰    | جمع بارم «همکاران گرامی لطفا به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید.»                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |            |            |           |       |           |      |   |   |   |   |   |       |   |   |   |   |   |     |           |            |            |            |           |  |  |   |   |   |   |  |  |     |  |     |  |    |